Experimentalphysik I

Formelsammlung

Inhaltsverzeichnis

1 Mechanik starrer Körper

1.1 Kinematik

1.1.1 Ortskurve, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Orstkurve eines Massenpunktes

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \qquad [r] = \mathrm{m} \tag{1}$$

Geschwindigkeit eines Massenpunktes

$$\vec{v} = \vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \qquad [v] = \mathrm{m/s} \tag{2}$$

Beschleunigung eines Massenpunktes

$$\vec{a} = \vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \qquad [a] = \mathrm{m/s^2} \tag{3}$$

Tangential- und Radialbeschleunigung

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r \tag{4}$$

$$\vec{a}_t \perp \vec{a}_r \qquad \vec{a}_t || \vec{v} \tag{5}$$

1.1.2 Bahnbewegungen

Drehwinkel

$$\varphi = \varphi(t) \qquad [\varphi] = \mathrm{rad} \tag{6}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi} \qquad [\omega] = \mathrm{rad/s} \tag{7}$$

Vektorielle Winkelgeschwindigkeit. ($\vec{n}$ Normalenvektor der Drehebene)

$$|\vec{\omega}| = \omega \qquad \vec{\omega} || \vec{n} \tag{8}$$

Beziehungen für Drehbewegungen

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \tag{9}$$

$$\vec{\omega} = \frac{1}{R^2} (\vec{r} \times \vec{v}) \tag{10}$$

Gleichförmige Kreisbewegung

$$\vec{r} = R \left(\vec{e}_x \cdot \cos(\omega t) + \vec{e}_y \cdot \sin(\omega t)\right) = R \cdot \vec{e}_r \tag{11}$$

$$\vec{v} = R\,\omega \left(-\vec{e}_x \cdot \sin(\omega t) + \vec{e}_y \cdot \cos(\omega t)\right) = R\,\omega\,\vec{e}_t = |\vec{v}|\,\vec{e}_t \tag{12}$$

$$\vec{a} = -R\,\omega^2 \left(\vec{e}_x \cdot \cos(\omega t) + \vec{e}_y \cdot \sin(\omega t)\right) = -R\,\omega^2 \cdot \vec{e}_r \tag{13}$$

Allgemeine krummlinige Bahn

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_r \left(\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}\right) + \left(\vec{\omega} \times \vec{v}\right) \tag{14}$$

Zentripetalbeschleunigung

$$\vec{a}_Z = \vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}\right) \tag{15}$$

1.2 Kraft und Impuls

1.2.1 Newtonsche Axiome

Erstes Newtonsches Axiom:
Zweites Newtonsches Axiom:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\,\dot{\vec{v}} + \dot{m}\,\vec{v} \qquad [F] = \frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}} = \mathrm{N} \tag{16}$$

Im Spezialfall $m = \mathrm{const}$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \tag{17}$$

Drittes Newtonsches Axiom:

$$\vec{F}_{\mathrm{actio}} = -\vec{F}_{\mathrm{reactio}} \tag{18}$$

In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller internen Kräfte Null. Der Gesamtimpuls bleibt dort erhalten.

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Longrightarrow \quad \sum_i \vec{p}_i = \vec{\mathrm{const}} \tag{19}$$

1.2.2 Arbeit und Energie

Arbeit

$$dW = \vec{F}\,d\vec{r} = F\,dr\,\cos\varphi \tag{20}$$

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\,d\vec{r} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx + \int_{y_1}^{y_2} F(y)\,dy + \int_{z_1}^{z_2} F(z)\,dz \qquad [W] = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = \mathrm{N\,m} = \mathrm{J} \tag{21}$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} \qquad [P] = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W} \tag{22}$$

In einem konservative Kraftfeld ist die verrichtete Arbeit unabhängig vom gewählten Weg und hängt nur vom Anfangs- und Endpunkt ab. Die verrichtete Arbeit eines geschlossenen Weges ist Null.

$$\oint \vec{F}_{\mathrm{kons}}\,d\vec{r} = 0 \tag{23}$$

Kraft und Potential in einem konservativen Kraftfeld

$$\vec{F} = -\,\mathrm{grad}\,E_{\mathrm{pot}} = \left(-\frac{\partial E}{\partial x}, -\frac{\partial E}{\partial y}, -\frac{\partial E}{\partial z}\right) = -\vec{\nabla}\,E_{\mathrm{pot}} \tag{24}$$

Kinetische Energie

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{25}$$

1.2.3 Drehimpuls und Drehmoment

Drehmpuls

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} = m\,(\vec{r}\times\vec{v}) \qquad [L] = \frac{\mathrm{kg\,m^2}}{s} = \mathrm{N\,m\,s} \tag{26}$$

$\vec{L}$ ist abhängig vom Wahl des Ursprungs. Bei Bewegungen in einer Ebene sind Polarkoordinaten zweckmäßig

$$\vec{L} = m\,\left(\vec{r}\times\vec{v}_\varphi\right) = m\,v^2\,\left(\vec{\omega} - (\vec{\omega}\,\vec{e}_r)\,\vec{e}_r\right) \tag{27}$$

$$|\vec{L}| = m\,r^2\,\omega \tag{28}$$

Bei der Wahl des Koordinatenursprungs mit $\vec{\omega}\perp\vec{r}$

$$\vec{L} = m\,r^2\,\vec{\omega} \tag{29}$$

Trägheitsmoment (I ist i.a. ein Tensor 2. Stufe)

$$\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \qquad [I] = \mathrm{kg\,m^2} \tag{30}$$

Drehmoment

$$\vec{D} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r}\times\vec{F} \tag{31}$$

Dreharbeit

$$W = \int \vec{D}\,d\vec{\varphi} \tag{32}$$

Drehleistung

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{D}\,\vec{\omega} \tag{33}$$

1.3 Gravitation und Planetenbahnen

1.3.1 Keplersche Gesetze

Erstes Keplersches Gesetz. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.
Zweites Keplersches Gesetz. Der Radiusvektor (Fahrstrahl) von der Sonne zum Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. (Dieses Gesetz bedeutet, dass der Drehimpuls konstant ist.)
Drittes Keplersches Gesetz. Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer großen Halbachsen

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \tag{34}$$

1.3.2 Newtonsches Gravitationsgesetz

Newtonsches Gravitationsgesetz

$$\vec{F} = -\frac{G\, m_1\, m_2}{r^2}\, \vec{e}_r \tag{35}$$

Gravitationskonstante

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m/kg^2} \tag{36}$$

1.4 Vielteilchensysteme

1.4.1 Der Schwerpunkt

Schwerpunkt

$$\vec{r}_S = \frac{\sum_i m_i\, \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M} \sum_i m_i\, \vec{r}_i \tag{37}$$

Schwerpunktsgeschwindigkeit

$$\vec{v}_S = \frac{d\vec{r}_S}{dt} = \frac{1}{M}, \sum_i m_i\, \vec{v}_i \tag{38}$$

Gesamtimpuls

$$\vec{P} = M\, \vec{v}_S \tag{39}$$

Schwerpunktsbeschleunigung

$$\vec{a}_S = \frac{\vec{F}_{\mathrm{extern}}}{M} \tag{40}$$

1.4.2 Schwerpunktssystem

Im Schwerpunktsystem fällt der Schwerpunkt mit dem Koordinatenursprung zusammen. Es gilt

$$\sum_i m_i\, \vec{r}_i = \vec{0} \tag{41}$$

$$\sum_i m_i\, \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i = \vec{0} \tag{42}$$

Kinetische Energie im Schwerpunktsystem

$$E_{\mathrm{kin}}^{(\mathrm{S})} = \sum_i \frac{1}{2}\, m_i\, v_i^2 \tag{43}$$

Kinetische Energie in einem anderen Bezugssystem

$$E_{\mathrm{kin}} = E_{\mathrm{kin}}^{(\mathrm{S})} + \frac{1}{2}\, M\, v_S^2 \tag{44}$$

Reduzierte Masse

$$\mu = \frac{m_1\, m_2}{m_1 + m_2} \tag{45}$$

Bewegungsgleichung eines Systems zweier Körper

$$\vec{F}_{12} = \mu\, \frac{d\vec{v}_{12}}{dt} \tag{46}$$

1.4.3 Stöße zwischen zwei Teilchen

Impulserhaltungs- und Energieerhaltungssatz ($Q = 0$ elastischer Stoß, $Q < 0$ inelastischer Stoß, $Q > 0$ superelastischer Stoß)

$$\vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \tag{47}$$

$$\frac{p_1'^{\,2}}{2\, m_1} + \frac{p_2'^{\,2}}{2\, m_2} = \frac{p_1^2}{2\, m_1} + \frac{p_2^2}{2\, m_2} \tag{48}$$

Elastischer Stoß zwischen dem Körper 1 mit $\vec{p}_1 = m_1\,(v_1, 0)$ und Körper 2 mit $\vec{p}_2 = \vec{0}$ liegt der Vektor $\vec{p}_1 = (x, y)$ auf dem Kreis

$$(x - \mu\, v_1)^2 + y^2 = (\mu\, v_1)^2 \tag{49}$$

Ablenkwinkel θ von m_1

$$m_1 > m_2 \implies \theta_1 < 90^\circ \tag{50}$$
$$m_1 = m_2 \implies \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \qquad 0^\circ < \theta_1 < 90^\circ \tag{51}$$
$$m_1 < m_2 \implies 0^\circ < \theta_1 < 180^\circ \tag{52}$$

Abhängigkeit des Ablenkwinkels beim Stoß zweier starrer Kugeln (Stoßparameter d, Abstand der Kugelmittelpunkt)

$$d > r_1 + r_2 \implies \theta_1 = \theta_2 = 0, \text{da keine Wechselwirkung} \tag{53}$$
$$d < r_1 + r_2 \implies \sin\theta_2 = \frac{d}{r_1 + r_2} \tag{54}$$

Spezialfälle kolinearer Stöße

$$m_1 = m_2 \implies v_1' = 0 \quad v_2' = v_1 \tag{55}$$
$$m_1 \ll m_2 \implies v_1' = -v_1 \quad v_2' \to 0 \tag{56}$$
$$m_1 \gg m_2 \implies v_1' = v_1 \quad v_2' = 2\,v_1 \tag{57}$$

Energieübertragung

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{p_2'}{2\,m_2} \tag{58}$$

Maximale Energieübertragung

$$\Delta E_{\text{kin,max}} = \frac{2\,m_1^2\,m_2}{(m_1 + m_2)^2}\,v_1^2 = 4\,\frac{m_1\,m_2}{M^2}\,E_1 = \frac{4\,\mu^2}{m_1\,m_2}\,E_1 \tag{59}$$

Vollständig inelastischer Stoß. Beim vollsändig inelastischen Stoß wird die Energie der Relativbewegung in innere Energie umgewandelt.

$$Q = -\frac{1}{2}\,\mu\,v_{12}^2 \tag{60}$$

1.5 Dynamik Starrer Körper

1.5.1 Schwerpunkt starrer Körper

Schwerpunkt eines starren Körpers

$$\vec{r}_S = \frac{\int \vec{r}\,dm}{\int dm} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm \tag{61}$$

1.5.2 Trägheitsmoment und -ellipsoid

Trägheitsmoment eines starren Körpers

$$I = \int \vec{r}_\perp^{\,2}\,dm = \int \vec{r}_\perp^{\,2}\,\varrho(\vec{r})\,dV \tag{62}$$

Steinerscher Satz (I_S Trägheitsmoment mit Achse durch den Schwerpunkt, a Abstand der Achse B zum Schwerpunkt mit $A||B$)

$$I_B = I_S + a^2\,M \tag{63}$$

Rotationsenergie eines starren Körpers bezüglich einer Hauptträgheitsachse

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\,\tilde{I}\,\omega^2 \tag{64}$$

Bewegungsgleichung eines starren Körpers

$$\begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \tag{65}$$

Dabei ist

$$I_{xx} = \int (r^2 - x^2)\,dm \qquad I_{xy} = -I_{yx} = \int xy\,dm \tag{66}$$
$$I_{yy} = \int (r^2 - y^2)\,dm \qquad I_{yz} = -I_{zy} = \int yz\,dm \tag{67}$$
$$I_{zz} = \int (r^2 - z^2)\,dm \qquad I_{xz} = -I_{zx} = \int xz\,dm \tag{68}$$

Rotationsenergie eines starren Körpers

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\vec{\omega}^{\text{t}} \cdot (\tilde{I}\,\vec{\omega}) \tag{69}$$

1.5.3 Kreiselbewegungen – ToDo

ToDo

1.6 Bewegte Bezugssysteme

1.6.1 Galilei-Transformation

Galilei-Transformation. Das System O' bewegt sich mit $u \ll c$ gegen das System O

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{u}\,t \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{u}\,t \tag{70}$$
$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{u} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{u} \tag{71}$$
$$\vec{a}\,' = \vec{a} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{a}\,' \tag{72}$$
$$\vec{F}\,' = \vec{F} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{F} = \vec{F}\,' \tag{73}$$

1.6.2 Beschleunigte Bezugssysteme

Scheinkraft in einem Beschleunigten System

$$\vec{a}\,' = -\vec{a} \tag{74}$$

Rotierende Bezugssysteme. Die Ürsprünge der Systeme O und O' fallen zusammen. Das System O' rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$.

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}\,' + (\vec{\omega} \times \vec{r}) \tag{75}$$
$$\vec{a}\,' = \vec{a} + w\,(\vec{v}\,' \times \vec{\omega}) + \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) \tag{76}$$

Zentrifugalbeschleunigung

$$\vec{a}_{\text{Zent}} = \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) \tag{77}$$

Coriolisbeschleunigung

$$\vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2\,(\vec{v}\,' \times \vec{\omega}) \tag{78}$$

2 Mechanik deformierbarer Körper

2.1 Feste Stoffe

Spannung

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad [\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \tag{79}$$

Relative Streckung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \tag{80}$$

Hookesches Gesetz (Elastizitätsmodul E, $[E] = \text{N}/\text{m}^2$)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{81}$$

Querkontraktion (Poissonzahl μ)

$$\frac{\Delta d}{d} = -\mu\,\frac{\Delta l}{l} = -\frac{\mu\,\sigma}{E} \tag{82}$$

Kompression (Druck p, Kompressionsmodul K, Kompressibilität $\kappa = 1/K$)

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{K} = -\kappa\,p \tag{83}$$

Scherspannung (Schubmodul G, Scherwinkel α)

$$\tau = G\,\alpha \tag{84}$$

Zusammenhang der verschiedenen Module bei isotropen Körpern

$$E = 2\,G\,(1 + \mu) = 3\,K\,(1 - 2\,\mu) \tag{85}$$

Arbeit im Gültigkeitsbereich des Hookschen Gesetzes

$$W = \frac{1}{2}\,V\,E\,\varepsilon^2 \tag{86}$$

2.2 Hydrostatik

Statischer Druck

$$\vec{F} = -\operatorname{grad} p \, dV \tag{87}$$

Oberflächenenergie

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A} \qquad [\varepsilon] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \tag{88}$$

Innendruck einer „Seifenblase“

$$p = \frac{4\,\varepsilon}{r} \tag{89}$$

Benetzungswinkel an Grenzflächen (Festkörper 1, Flüssigkeit 2, Luft 3)

$$\cos\varphi = \frac{\varepsilon_{13} - \varepsilon_{12}}{\varepsilon_{23}} \tag{90}$$

Steighöhe einer Kapilaren

$$h = \frac{2\,\varepsilon\,\cos\varphi}{r\,g\,\varrho} \sim \frac{1}{r} \tag{91}$$

2.3 Gase

Boltzmannkonstante

$$k = 1,380658 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \tag{92}$$

Gesetz von Boyle-Marionette (Universelle Gaskonstante R, Anzahl der Moleküle n, Stoffmenge N)

$$p\,V = n\,R\,T = N\,k_{\mathrm{B}}\,T \tag{93}$$

Barometrische Höhenformel

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{\varrho_0}{p_0}\,g\,h} \tag{94}$$

Kinetische Energie eines Gasmoleküls pro Freiheitsgrad

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}\,k\,T \tag{95}$$

2.4 Hydrodynamik

Pascalsches Gesetz

$$\varrho\,\frac{dv}{dt} + \frac{dp}{dx} = 0 \tag{96}$$

Bernoulli Gesetz (Energieerhaltung)

$$\frac{1}{2}\,\varrho\,v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\,\varrho\,v_2^2 + p_2 \tag{97}$$

Reibungskraft (Dynamische Viskosität/Zähigkeit η, $[\eta] = \mathrm{N\,s/m^2} = \mathrm{Pa \cdot s}$)

$$\vec{F}_{\mathrm{R}} = \eta\,A\,\frac{d\vec{v}}{dx} \tag{98}$$

Reibung einer Kugel

$$\vec{F}_{\mathrm{R}} = 6\,\pi\,\eta\,r\,\vec{v} \tag{99}$$

Hagen-Poiseuille-Gesetz

$$I = \dot{V} = \frac{\pi\,R^4}{8\,\eta\,L}\,\Delta p = \frac{\pi\,R^4}{8\,\eta}\,\frac{\partial p}{\partial z} \tag{100}$$

Reynoldszahl

$$R_{\mathrm{e}} = \frac{\varrho\,v\,d}{\eta} \tag{101}$$

3 Mechanische Schwingungen und Wellen

3.1 Mechanische Schwingungen

3.1.1 Harmonische Schwingung

Schwingungsgleichung einer harmonischen Schwinung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \omega_0^2 = \frac{D}{m} \tag{102}$$

Allgemeine Lösung der Schwingungsgleichung

$$x(t) = C_1\, e^{i\,\omega_0\, t} + C_2\, e^{-i\,\omega_0\, t} \tag{103}$$

Reelle Lösung der Schwingungsgleichung

$$x(t) = C\, e^{i\,\omega_0\, t} + C^*\, e^{-i\,\omega_0\, t} = A \cdot \cos\left(\omega_0\, t + \varphi_0\right) \tag{104}$$

3.1.2 Freie gedämpfte Schwingung

Freier gedämpfte Schwingung

$$\ddot{x} + 2\,\gamma\,\dot{x} + \omega^2\, x = 0 \tag{105}$$

Allgemeine Lösung ($\omega^2 = D/m$, $2\,\gamma = b/m$)

$$x(t) = e^{-\gamma\, t} \cdot \left(c_1\, e^{-\sqrt{\gamma^2-\omega^2}\, t} + c_2\, e^{-\sqrt{\gamma^2-\omega^2}}\right) \tag{106}$$

Fallunterscheidungen

- Schwache Dämpfung $\gamma < \omega_0$, $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$

$$x(t) = A\, e^{-\,\gamma\, t} \cdot \cos(\omega\, t + \varphi) \tag{107}$$

- Starke Dämpfung $\gamma > \omega_0$, $\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \in \mathbb{R}$

$$x(t) = \frac{A}{\alpha}\, e^{-\gamma\, t} \cdot (\alpha\, \cosh(\alpha\, t) + \gamma\, \sinh(\alpha\, t)) \tag{108}$$

- Aperiodischer Grenzfall $\gamma = \omega$

$$x(t) = A\,(1 + \gamma)\, e^{-\gamma\, t} \tag{109}$$

Der Gütefaktor Q der Schwingung gibt die Anzahl der Oszilationen während der Zeit τ an, in der sich die Schwingungsenergie halbiert

$$Q = \frac{\omega}{2\,\gamma} = \omega\,\tau \tag{110}$$

3.1.3 Erzwungene Schwingungen

Erzwungene Schwingung

$$\ddot{x} + 2\,\gamma\,\dot{x} + \omega^2\, x = k\, \cos(\omega\, t) \tag{111}$$

Stationäre Lösung

- Phasenverschiebung zwischen Erreger und Schwinger

$$\tan\varphi = -\frac{2\,\gamma\,\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{112}$$

- Amplitude des Schwingers

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega)^2 + (2\,\gamma\,\omega)^2}} \tag{113}$$

Ressonazfrequenz

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\gamma^2} \tag{114}$$

Ressonanzamplitude

$$A_{\max} = \frac{F_0/m}{2\,\gamma\,\omega_0} \tag{115}$$

Absorbierte Leistung

$$\overline{P}(\omega) = \frac{F_0^2\,\omega^2\,\gamma}{m\,\left((\omega_0^2 - \omega^2) + (2\,\omega\,\gamma)^2\right)} \tag{116}$$

$$P_{\max} = \frac{F_0^2}{4\,m\,\gamma} \tag{117}$$

3.1.4 Gekoppelte Schwingung

Zwei gekoppelte Schwinger

$$m\,\ddot{x}_1 + D_0\,x_1 + D_{12}\,(x_1 - x_2) = 0 \tag{118}$$

$$m\,\ddot{x}_2 + D_0\,x_2 + D_{12}\,(x_2 - x_1) = 0 \tag{119}$$

Entkopplung in

- Schwerpunktschwingung

$$y_1 = \frac{1}{2}\,(x_1 + x_2) \tag{120}$$

- Relativschwingung

$$y_2 = \frac{1}{2}\,(x_1 - x_2) \tag{121}$$

Entkoppelte Differentialgleichungen

$$m\,\ddot{y}_1 + D_0\,y_1 = 0 \tag{122}$$

$$m\,\ddot{y}_2 + (D_0 + D_{12})\,y_2 = 0 \tag{123}$$

Schwebung

$$x_1 = x_0\,\cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\,t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\,t\right) \tag{124}$$

$$x_2 = x_0\,\sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\,t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}\,t\right) \tag{125}$$

3.2 Wellen

3.2.1 Eindimensionale Wellen

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2\,\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{126}$$

Harmonische Wellen

$$\psi(x,t) = \psi_0\,\sin\left(\omega\,\left[t - \frac{x}{v}\right]\right) = \psi_0\,\sin(\omega\,t - k\,x) \tag{127}$$

Phasengeschwindigkeit

$$v_{\mathrm{Ph}} = \frac{\omega}{k} = f\,\lambda \tag{128}$$

3.2.2 Dreidimensionale Wellen

Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v_{\mathrm{Ph}}^2\,\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right) \tag{129}$$

$$= v_{\mathrm{Ph}}^2\,\Delta\,\psi \tag{130}$$

? Wellenpakete ?

3.2.3 Wellentypen

Ausbreitungsgeschwindigkeit

- Longitudialwellen (Elastizitätsmodul E)

$$v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \tag{131}$$

- Transversalwellen (Schubmodul G)

$$v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\frac{G}{\varrho}} \tag{132}$$

- Mischwellen

$$v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\frac{E}{\varrho} \frac{(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}} \tag{133}$$

Wellen in Gasen und Flüssigkeiten (Dynamisches Kompressionsmodul K_d)

$$v_{\mathrm{Ph}} = \sqrt{\frac{K_d}{\varrho}} = \sqrt{\frac{1}{\varrho\,\kappa_d}} \tag{134}$$

$$\kappa_d = \frac{C_V}{C_P} \cdot \frac{1}{p} \tag{135}$$

Seite 128.

3.2.4 Energiedichte und Intensität

3.2.5 Dopplereffekt

3.2.6

4 Wärmelehre