Physik Klausur 12.2 — 1

19. Februar 2003

Aufgaben

Aufgabe 1

In einer magnetfelderzeugenden Spule fließt ein periodisch sich ändernder Strom I (siehe nebenstehendes Schaubild) mit der für jede Periode geltenden Funktion

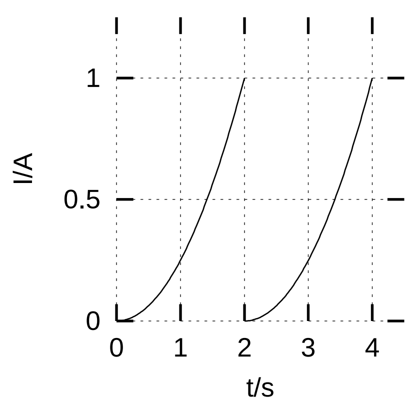
$$I(t) = 1\,\mathrm{A} \cdot 0,25\,(t/\mathrm{s})^2$$

Gegeben sind die Windungsdichte $n/l = 500\,\mathrm{m}^{-1}$, $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V\,s\,A^{-1}\,m^{-1}}$, $\mu_r = 1$.

a)
- Berechne die $B(t)$-Funktion.
- Zeichne den Verlauf der Funktion in das nebenstehende Gitternetz.

b) In dieser Spule befindet sich eine zweite achsenparallele Spule mit 20 Windungen und der Querschnittsfläche $A = 40\,\mathrm{cm}^2$.

- Bestimme von der in ihr induzierten Spannung die $U_{\mathrm{ind}}(t)$-Funktion.
- Zeichne ihr Schaubild über die zwei Perioden hinweg in dasselbe Gitternetz.



Aufgabe 2

Eine eisengefüllte Spule, die in ihrem Inneren ein homogenes Magnetfeld erzeugt, hat die Daten:

Baujahr:	1996	Preis:	298 DM
Masse:	2,8 kg	Drahtmaterial:	Kupfer
Länge:	43,5 cm	Durchmesser:	8,3 cm
Windungszahl	6300	rel. Permeabilität	2050
Ohmscher Widerstand:	150 Ohm	wasser- bzw. biergekühlt	
Hersteller:	Vereinigte Draht- und Eisenverbiegungshütten Eriwan		

a) Berechne die Eigeninduktivität dieser Spule.

b) Die Spule wird an eine Gleichstromquelle von 60 V angeschlossen. Dabei misst man beim Einschalten folgenden Strom-Zeit-Verlauf.

Zeit t/s	0	1	3	5	7	10	15	20	40
Strom I/mA	0	45	120	178	225	277	332	364	397

- Zeichne ein Strom-Zeit-Diagramm für die ersten *zwanzig* Sekunden in einem übesichtlichen Maßstab.

c) • Bestimme damit zu den Zeiten 3 s und 7 s die Eigeninduktivität der Spule (Tangenten mit bestem Augenmaß einzeichnen).

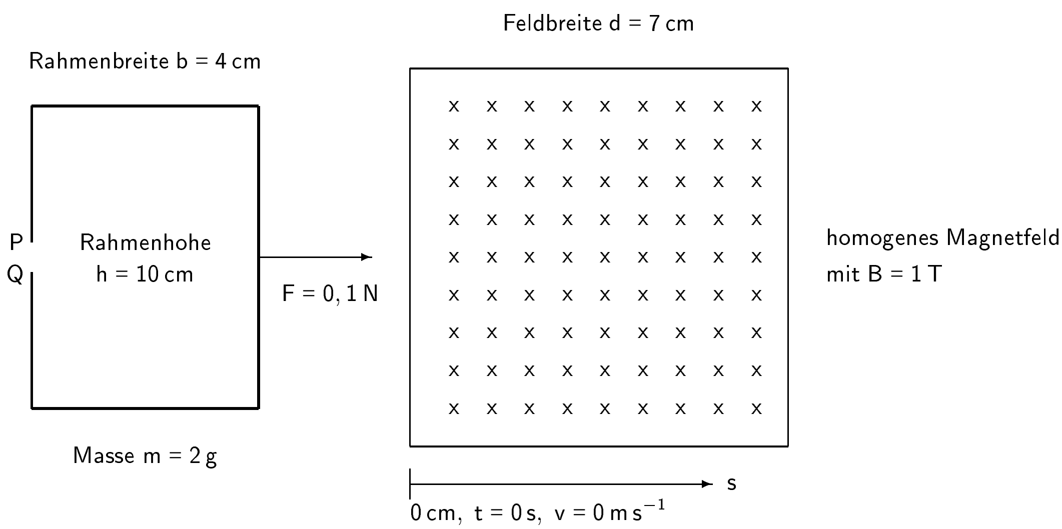
Aufgabe 3

Ein rechteckiger Drahtrahmen (Daten s. Figur) wird durch eine konstante Kraft F (Daten s. Figur) durch ein zur Rahmenebene senkrecht stehendes Magnetfeld (Daten s. Figur) bewegt. Der Rahmen ist zwischen P und Q unterbrochen.

a) • Warum hat das Magnetfeld keinen Einfluss auf die Bewegung des Rahmens?
- Welche Art von Bewegung liegt demnach vor?

b) • Gib für diese Bewegung eine $v(t)$- und eine $s(t)$-Funktion mit eingesetzten Werten an.
- Berechne daraus die $v(s)$-Funktion, auch mit eingesetzten Werten.

c) • Entwickle eine für den ganzen Versuchsablauf (Eintritt ins Feld, sich ganz im Feld befinden, Austritt aus dem Feld) gültige vorläufige Induktionsformel $U(s)$. Sie soll noch keine Betrachtung von Vorzeichen oder Nulleffekten enthalten.
- Untersuche jetzt die Polarität (beginne U sei positiv) und eventuelle Nulleffekte mi Versuchsablauf.
- Zeichne für den ganzen Versuchsablauf ein $U(s)$-Diagramm in übersichtlichem Maßstab.



1 Lösungen

Aufgabe 1

a) • Die Flussdichte des Feldes, welches die Spule erzeugt beträgt

$$B_S = \mu_0\,\mu_r\,\frac{n}{l}\,I$$

I ist die zeitabhängige Stromstärke. Eingesetzt erhält man damit das zeitabhängige B-Feld

$$B_S = \mu_0\,\mu_r\,\frac{n}{l}\cdot 1\,\mathrm{A}\cdot 0,25\,\mathrm{s}^{-2}\cdot t^2 = 1,26\cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}\cdot 1\cdot 500\,\mathrm{m}^{-1}\cdot 0,25\,\mathrm{s}^{-2}\cdot t^2 = \underline{\underline{1,58\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T\,s}^{-2}\cdot t^2}}$$

• Da die Flussdichte direkt proportional zur Stromstärke ist, lässt sich die B-Skalierung (im Schaubild der Stromstärke) so wählen, dass die beiden Schaubilder zusammenfallen. Bei der maximalen Stromstärke zum Zeitpunkt $t = 2\,\mathrm{s}$ beträgt die Flussdichte

$$B = 1,58\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T\,s}^{-2}\cdot 4\,\mathrm{s}^2 = 6,30\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

Somit gilt im Schaubild für die y-Achsen-Skalierung

$$1,0\,\mathrm{A} \mathrel{\hat{=}} 6,30\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

b) • Der zeitabhängige Magnetische Fluss ϕ durch die Induktionsspule beträgt

$$\phi = A\,B_S = 4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2\cdot 1,58\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T\,s}^{-2}\cdot t^2 = 6,32\cdot 10^{-7}\,\mathrm{V\,s}^{-1}\cdot t^2$$

Aus dem Induktionsgesetz folgt

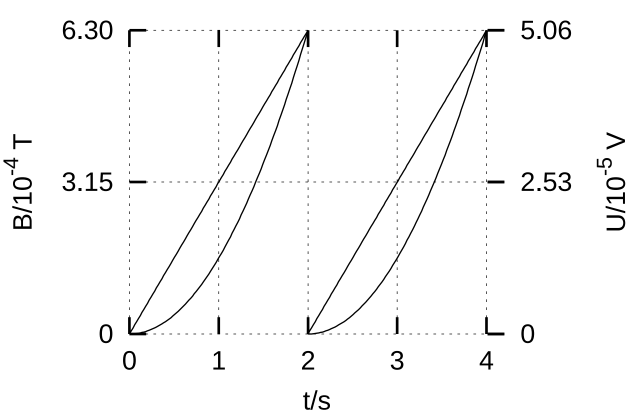
$$U_{\text{ind}} = n\,\dot{\phi} = n\cdot\frac{d}{dt}\left(6,32\cdot 10^{-7}\,\mathrm{V\,s}^{-1}\cdot t^2\right) = 20\cdot 1,26\cdot 10^{-6}\,\mathrm{V\,s}^{-1}\cdot t = 2,53\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V\,s}^{-1}\cdot t$$

• Um das Schaubild möglichst elegant in das Gitternetz zu quetschen, ist es wieder vorteilhaft, die maximale Spannung einem Ampère entsprechend zu machen

$$U_{\text{ind,max}} = 2,53\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V\,s}^{-1}\cdot 2\,\mathrm{s} = 5,06\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}$$

Es gilt somit

$$1,0\,\mathrm{A} \mathrel{\hat{=}} 5,06\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}$$

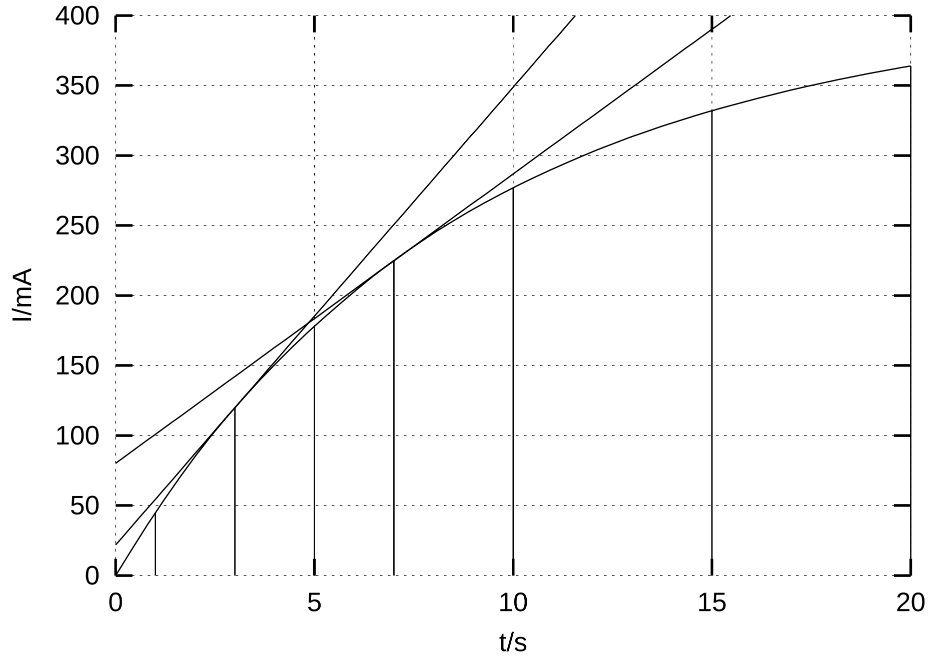


Aufgabe 2

a) Für die Eigeninduktivität einer langestreckten Spule gilt

$$L = \mu_0\,\mu_r\,A\,\frac{n^2}{l} = \mu_0\,\mu_r\,\pi\,r^2\,\frac{n^2}{l} = 1,26\cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}\cdot 2050\,\pi\cdot(4,15\,\mathrm{cm})^2\cdot\frac{6300^2}{43,5\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{1275,2\,\mathrm{H}}}$$

b) Schaubild:



c) Aus dem ohmschen Gesetz folgt

$$I = \frac{U}{R}$$

Im Falle einer Spule muss noch mit ihrer eigeninduzierten Spannung

$$U_{\text{ind}} = -L\,\dot{I}$$

gerechnet werden. Das ohmsche Gesetz wird also zu

$$I = \frac{U_0 + U_{\text{ind}}}{R} = \frac{U_0 - L\,\dot{I}}{R}$$

beziehungsweise nach der Induktivität aufgelöst

$$L = \frac{U_0 - I\,R}{\dot{I}}$$

$\dot{I}$ lässt sich durch Bestimmung der Steigung der Tangenten an den einzelnen Stellen bestimmen. Dem Schaubild entnimmt man [1]

$$\begin{aligned}
\dot{I}(3\,\text{s}) &= m(t_1) = \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1} = \frac{130,9\,\text{mA}}{4\,\text{s}} = 3,27\cdot 10^{-2}\,\text{A}\,\text{s}^{-1}\\
\dot{I}(7\,\text{s}) &= m(t_2) = \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2} = \frac{165,4\,\text{mA}}{8\,\text{s}} = 2,07\cdot 10^{-2}\,\text{A}\,\text{s}^{-1}
\end{aligned}$$

Mit diesen Steigungen lässt sich die Induktivität bestimmen

$$\begin{aligned}
L_3 &= \frac{60\,\text{V} - 0,12\,\text{A}\cdot 150\,\Omega}{3,27\dot{1}0^{-2}\,\text{A}\,\text{s}^{-1}} = 1284\,\text{H} \qquad \Delta p = 0,69\,\%\\
L_7 &= \frac{60\,\text{V} - 0,225\,\text{A}\cdot 150\,\Omega}{2,07\cdot 20^{-2}\,\text{A}\,\text{s}^{-1}} = 1268\,\text{H} \qquad \Delta p = -0,56\,\%
\end{aligned}$$

Der Mittelwert $L_{3,7} = 1276\,\text{H}$ hat sogar nur noch eine Abweichung von $-6,3\cdot 10^{-2}\,\%$ vom direkt errechneten Wert.

[1]Diese Werte werden sich bei jeder Bearbeitung leicht anders ergeben, da es hier auf Augenmaß ankommt.

Aufgabe 3

a) • Da der Stromkreis des Rähmchens unterbrochen ist, führt die induzierte Spannung nur kurz zu einem Stromfluss. Auf die Elektronen im Rähmchen wirkt zwar ständig (beim Eintauchen) eine Lorentzkraft, diese wird jedoch durch die elektrische Feldkraft, die durch das induzierte $\vec{E}$-Feld entsteht, neutralisiert und die Elektronen bleiben bewegungslos.

Wäre der Stromkreis geschlossen, so flösse ein ständiger Induktionsstrom und es wirkte ein ständige Lortentzkraft auf das Rähmchen.

• Da keine ständige Lorentzkraft der beschleunigenden Kraft entgegenwirkt handelt es sich um eine konstant beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0,1\,\mathrm{N}}{2\,\mathrm{g}} = 50\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

b) • Für die Bewegung mit der konstanten Beschleunigung $a = 50\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ lautet das Weg-Zeit-Gesetz

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,50\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t^2 = \underline{\underline{25\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t^2}}$$

beziehungsweise das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$v = \dot{a} = \frac{d}{dt}\,\left(25\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t^2\right) = \underline{\underline{50\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot t}}$$

• Für eine konstant beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung a gilt im allgemeinen das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz

$$v = a\,t \tag{1}$$

sowie das Weg-Zeit-Gesetz

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 \tag{2}$$

Um das Geschwindgkeits-Weg-Gesetz zu bekommen, muss man aus Gl. 1 und Gl. 2 die Zeit t eliminieren. Aus Gl. 1 folgt

$$t = \frac{v}{a}$$

Setzt man dies in Gl. 2 ein, so erhält man eine Beziehung zwischen Strecke s und Geschwindigkeit v

$$s = \frac{1}{2}\,a\,\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2\,a}$$

die sich nach dem gesuchten Geschwindigkeits-Weg-Gesetz auflösen lässt:

$$v = \sqrt{2\,s\,a}$$

welches mit eingesetzen Werten folgendes Aussehen hat

$$v = \sqrt{2 \cdot 50\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot s} = \underline{\underline{10\,\sqrt{\mathrm{m}}\,\mathrm{s^{-1}} \cdot \sqrt{s}}}$$

c) • Für die induzierte Spannung eines Rähmchens gilt

$$U_{\mathrm{ind}} = n\,B\,l\,v$$

v ist hier jedoch zeit- bzw. streckenabhängig, somit gilt

$$U_{\mathrm{ind}} = n\,B \cdot 10\,\sqrt{\mathrm{m}}\,\mathrm{s^{-2}} \cdot \sqrt{s} = 1 \cdot 1\,\mathrm{T} \cdot 0,1\,\mathrm{m} \cdot 10\,\sqrt{\mathrm{m}}\,\mathrm{s^{-1}} \cdot \sqrt{s} = \underline{\underline{1\,\mathrm{V}\,\sqrt{\mathrm{m^{-1}}} \cdot \sqrt{s}}}$$

• Beim Beginn des Versuchs nimmt die B-felddurchflossene Fläche zu

$$\dot{A} > 0 \quad \Longrightarrow \quad U_{\mathrm{ind}} > 0$$

Wenn nach diese Definition die Spannung positiv ist, so muss sie beim Austreten negativ sein, da

$$\dot{A} < 0 \quad \Longrightarrow \quad U_{\text{ind}} < 0$$

Dies liegt daran, dass das Vorzeichen von $\dot{A}$ direkt in die Induktionsformel mit hineinwirkt:

$$U_{\text{ind}} = n\,\dot{\phi} = n\,\frac{d}{dt}\,(B\,A) = n\,(\dot{B}\,A + B\,\dot{A}) = n\,B\,\dot{A} = \operatorname{sgn}(\dot{A})\,n\,B\,|A|$$

Ist das Rähmchen ganz im Feld, so wird keine Spannung induziert, da sich die felddurchdrungene Fläche nicht mehr ändert:

$$\dot{A} = 0 \quad \Longrightarrow \quad U_{\text{ind}} = 0$$

- Das wegabhängige Spannungsfunktion, welche für den gesamten Versuch gilt, lautet in endgültiger Form

$$U_{\text{ind}} = \begin{cases} 0\,\text{V} & \text{für} \quad s < 0\,\text{cm} \\ 1\,\text{V}\sqrt{\text{m}^{-1}} \cdot \sqrt{s} & \text{für} \quad 0\,\text{cm} \leq s \leq 4\,\text{cm} \\ 0\,\text{V} & \text{für} \quad 4\,\text{cm} < s < 7\,\text{cm} \\ -1\,\text{V}\sqrt{\text{m}^{-1}} \cdot \sqrt{s} & \text{für} \quad 7\,\text{cm} \leq s \leq 11\,\text{cm} \\ 0\,\text{V} & \text{für} \quad s > 11\,\text{cm} \end{cases}$$