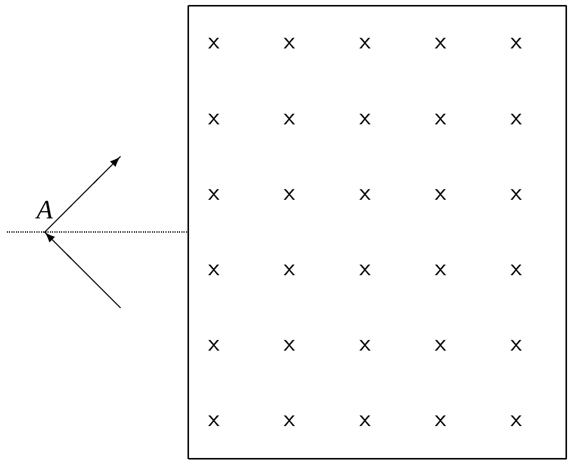
Physik Klausur 12.1 — 2

15. Januar 2003

Aufgaben

Aufgabe 1

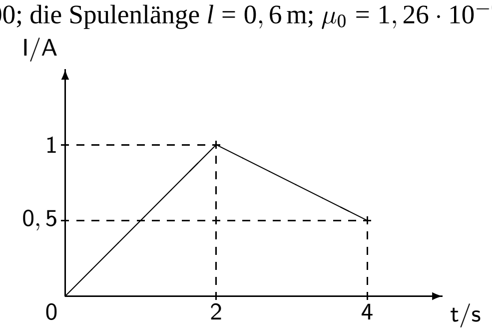
Ein Elektron wird mit der Geschwindigkeit $v = 10^7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ von A aus unter 45° in ein begrenztes Magnetfeld geschossen. Der Geschwindigkeitsvektor und das Magnetfeld stehen senkrecht aufeinander. A hat von der Feldbegrenzung den Abstand 10 cm. Nachdem das Elektron das Magnetfeld durchlaufen hat, soll es wieder zu A zurückkehren.



- Zeichne (vor der Rechnung) die Bahn des Elektrons in die Figur.
- Berechne die erforderliche magnetische Flussdichte ($e/m = 1,76 \cdot 10^{11}\ \mathrm{C\,kg^{-1}}$)
- Berechne die Laufzeit des Elektrons von A auf bis zurück nach A.

Aufgabe 2

In einer magnetfelderzeugenden Spule fließt ein periodisch sich ändernder Strom I (siehe Schaubild). Gegeben sind die Windungszahl $n = 10000$; die Spulenlänge $l = 0,6\,\mathrm{m}$; $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{V\,s/A\,m}$, $\mu_r = 1$.



- Berechne die maximal auftretende magn. Flussdichte. Die Einheitenumwandlung in Tesla ist verlangt.
- Zeichne damit den Verlauf der B-Feld-Kurve für die beiden Intervalle in ein neues Gitternetz.

- In dieser Spule befindet sich eine zweite achsenparallele Spule mit 200 Windungen und der Querschnittsfläche $A = 30\,\text{cm}^2$. Bestimme die in ihr induzierte Spannung in beiden Intervallen.
- Zeichne ihr Schaubild in das zweite Gitternetz.

Aufgabe 3

In der Anordnung kann der Stab S (Widerstand $0,8\,\Omega$) auf parallelen horizontalen Schienen ($R = 0\,\Omega$) reibungsfrei gleiten. Die Schienen haben den Abstand $l = 12\,\text{cm}$. Ein Magnetfeld ($B = 1,5\,\text{T}$) durchsetzt die Anordnung senkrecht. Die angelegte Spannung $U_0 = 12\,\text{V}$ ist so gepolt, dass der Stab eine nach rechts gerichtete Kraft erfährt.

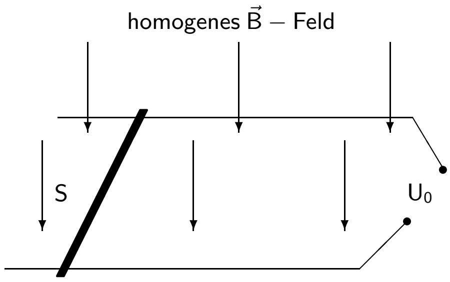
a) Gib (mit Begründung) die Polarität der angelegten Spannung an.

b) Mit welcher Beschleunigung setzt sich der Stab der Masse 0,15 kg in Bewegung?

c) Erkläre ohne Rechnung, warum die Beschleunigung während der Bewegung abnimmt (Tendenz und Richtung der induzierten Spannung, ...)

d) Wie groß ist die Beschleunigung, wenn der Stab die Geschwindigkeit $8\,m\,s^{-1}$ hat?

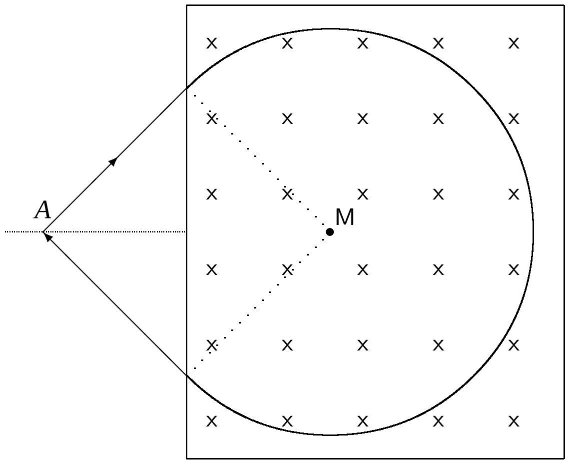
e) Welche Geschwindigkeit v_{max} kann der Stab höchstens erreichen.



Lösungen

Aufgabe 1

- Zeichnerische Bestimmung des Bewegungsverlaufs des Elektrons:



- Wegen der Symmetrie ist das Elektron in x, als auch in y-Richtung gleich weit vom Feld entfernt. Dieses gleichseitige Dreieck auf die Seite des Kreises gespiegelt ergibt das Radiusdreieck, womit sich durch den Satz des PYTHAGORAS der Radius der Kreisbahn berechnen lässt

  $$r = \sqrt{(10\,\text{cm})^2 + (10\,\text{cm})^2} = 14,14\,\text{cm}^2$$

  Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft, die eine Kreisbahn mit dem Radius r und der Umlaufgeschwindigkeit v hervorruft. Es gilt

  $$F_{\text{Zp}} = F_{\text{L}} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \frac{m\,v^2}{r} = B\,v\,e$$

  womit sich die Flussdichte des B-Feldes bestimmen lässt

  $$B = \frac{v\,m}{r\,e} = \frac{v}{r\,(e/m)} = \frac{10^7\,\text{m}\,\text{s}^{-1}}{0,14\,\text{m} \cdot 1,76 \cdot 10^11\,\text{C}\,\text{kg}^{-1}} = \underline{\underline{4,06 \cdot 10^{-4}\,\text{T}}}$$

- Die Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Elektrons bleibt betragsmäßig konstant. Als Strecke wird ein Dreiviertelskreis und zweimal der Radius zurückgelegt. Aus $v = s\,t^{-1}$ folgt

  $$t = \frac{s}{v} = \frac{\frac{3}{4} \cdot 2\,\pi\,r + 2\,r}{v} = \frac{(1,5\,\pi + 2)\,r}{v} = \frac{0,14\,\text{m} \cdot 6,71}{10^7\,\text{m}\,\text{s}^{-1}} = \underline{\underline{94\,\text{ns}}}$$

Aufgabe 2

- Die magnetische Flussdichte einer Spule mit n Windungen, der Länge l und dem durchfließenden Strom I ist gegeben als

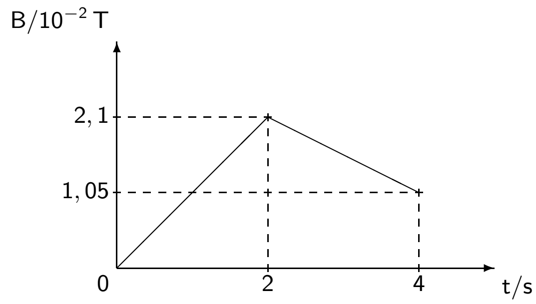
  $$B = \mu_0\,\mu_{\text{r}}\,\frac{n}{l}\,I$$

  Da sich nur die Stromstärke ändert, hat die Spule die maximale Flussdichte $\hat{B}$ bei der maximalen Stromstärke $\hat{I}$ zum Zeitpunkt $t = 2\,\text{s}$.

  $$\begin{aligned}
  \hat{B} &= 1,26 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{V}\,\text{s}}{\text{A}\,\text{m}} \cdot 1 \cdot \frac{10000}{0,6\,\text{m}} \cdot 1\,\text{A} \\
  &= 2,1 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{V}\,\text{s}}{\text{m}^2} = 2,1 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{N}\,\text{m}\,\text{s}}{\text{C}\,\text{m}^2} = 2,1 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{N}\,\text{s}}{\text{A}\,\text{s}\,\text{m}} = 2,1 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{N}}{\text{A}\,\text{m}} \\
  &= \underline{\underline{2,1 \cdot 10^{-2}\,\text{T}}}
  \end{aligned}$$

- Da die Stromstärke linear zunimmt, reicht es die Randpunkte zu kennen. Zum Zeitpunkt $t_4 = 4\,\mathrm{s}$ ist die Stromstärke halb so groß wie bei $t_2 = 2\,\mathrm{s}$. Somit ist die Flussdichte auch nur halb so groß.

$$B_4 = \frac{1}{2}\,B_2 = \frac{1}{2}\,2,1\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T} = \underline{\underline{1,05\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T}}}$$



- Für die induzierte Spannung in einer Spule mit n_S Windungen gilt allgemein

$$U_{\mathrm{ind}} = n_S\,\dot{\Phi}$$

und speziell in unserem Fall

$$U_{\mathrm{ind}} = n_S\,\frac{d}{dt}\,(A\,B) = n_S\,(\dot{A}\,B + A\,\dot{B}) = n_S\,A\,\dot{B} = n_S\,A\,\frac{d}{dt}\,\left(\mu_0\,\mu_r\,\frac{n}{l}\,I\right) = n_S\,A\,\mu_0\,\mu_r\,\frac{n}{l}\,\dot{I}$$

Die durchschnittliche Stromstärkenänderung entspricht hier der Ableitung $\dot{I}$ da sie linear verläuft

1. Intervall $\quad \dot{I}_1 = \dfrac{\Delta I_1}{\Delta t_1} = \dfrac{2,1\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T}}{2\,\mathrm{s}} = 1,05\cdot 10^{-2}\,\mathrm{A\,s^{-1}}$

2. Intervall $\quad \dot{I}_1 = \dfrac{\Delta I_2}{\Delta t_2} = \dfrac{-\Delta I_1}{2\,\Delta t_1} = -\dfrac{1}{2}\,\dot{I}_1 = -0,525\cdot 10^{-2}\,\mathrm{A\,s^{-1}}$

Beziehungsweise, wenn man direkt mit der B-Feldänderung rechnet,

1. Intervall $\quad \dot{B}_1 = \dfrac{\Delta B_1}{\Delta t_1} = \dfrac{2,1\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T}}{2\,\mathrm{s}} = 1,05\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T\,s^{-1}}$

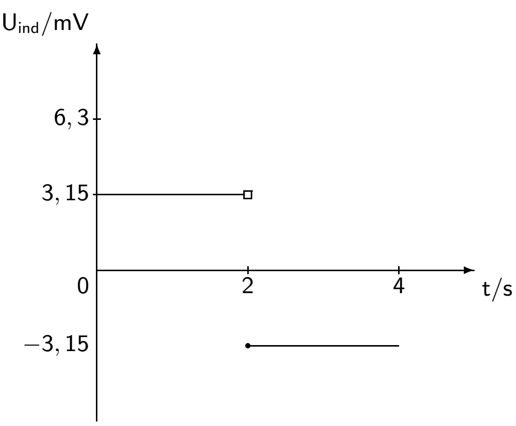
2. Intervall $\quad \dot{B}_2 = \dfrac{\Delta B_2}{\Delta t_2} = \dfrac{-\Delta B_1}{2\,\Delta t_1} = -\dfrac{1}{2}\,\dot{B}_2$

Für die induzierten Spannungen gilt also

$$U_{\mathrm{ind},1} = n\,A\,\dot{B}_1 = 200\cdot 3\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^2}\cdot 1,05\cdot 10^{-2}\,\mathrm{T\,s^{-1}} = \underline{\underline{6,3\,\mathrm{mV}}}$$

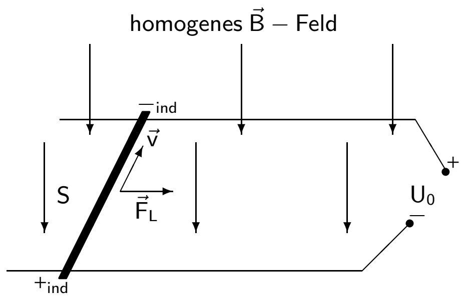
$$U_{\mathrm{ind}_2} = n\,A\,\dot{B}_2 = -\frac{1}{2}\,n\,A\,\dot{B}_1 = -\frac{1}{2}\,U_{\mathrm{ind},1} = \underline{\underline{-3,15\,\mathrm{mV}}}$$

- Verlauf der induzierten Spannung



Aufgabe 3

a) Damit der Stab nach rechts beschleunigt wird, muss es eine Lorentzkraft geben, die nach rechts wirkt. Aus der Dreifingerregel bestimmt man, dass die Elektronen sich mit der eingezeichneten Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegen müssen. Elektronen fließen im Stromkreis von Plus nach Minus, womit also die Polarität bestimmt wäre:



b) Durch den Stab fließt der Strom

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\,\mathrm{V}}{0,8\,\Omega} = \underline{\underline{15\,\mathrm{A}}}$$

Auf einen Leiter bewirkt ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte B die Lorentzkraft

$$F_L = B\,I\,d = 1,5\,\mathrm{T} \cdot 15\,\mathrm{A} \cdot 0,12\,\mathrm{m} = 2,7\,\mathrm{N}$$

Aus dem Newtonschen Axiom $F = m\,a$ bestimmt sich die Beschleunigung

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,7\,\mathrm{N}}{0,15\,\mathrm{kg}} = 18\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

c) Wenn der Stab in Bewegung nach rechts kommt, so bewegen sich auch die Elektronen im Stab nach rechts. Diese Bewegung verursacht eine Lorentzkraft durch das $\vec{B}$-Feld, die entgegengesetzt zur Stromrichtung wirkt, bzw. eine Gegenspannung (siehe Abbildung) induziert. Die angelegten 12 V werden also durch die induzierte Spannung ausgeglichen. Ist die Spannung geringer, so nimmt die Stromstärke ab, weshalb die nach rechts wirkende Lorentzkraft geringer wird. Ist die beschleunigende Kraft geringer, so ist auch die Beschleunigung geringer.

d) Die induzierte Spannung bei $v = 8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ beträgt

$$U_{ind} = B\,v\,d = 1,5\,\mathrm{T} \cdot 8\,\mathrm{m\,s^{-1}} \cdot 0,12\,\mathrm{m} = 1,44\,\mathrm{V}$$

Es liegt also die „resultierende Spannung“

$$U_{res} = U_0 - U_{ind} = 12\,\mathrm{V} - 1,44\,\mathrm{V} = 10,56\,\mathrm{V}$$

an. Die Stromstärke beträgt demnach

$$I = \frac{U}{R} = \frac{10,56\,\mathrm{V}}{0,8\,\Omega} = 13,2\,\mathrm{A}$$

Die Beschleunigung auf den Stab beträgt

$$a = a_0\,\frac{U_{res}}{U_0} = 18\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot \frac{10,56\,\mathrm{V}}{12\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{15,84\,\mathrm{m\,s^{-2}}}}$$

e) Der Stab erreicht eine maximale Geschwindigkeit v_{max}, wenn er nicht mehr beschleunigt wird, d.h. wenn keine Kraft F_L auf ihn wirkt. Dies ist dann der Fall, wenn die Stromstärke $I = 0\,\mathrm{A}$ beträgt, was genau dann eintritt, wenn zwischen den Leiterenden keine Potentialdifferenz besteht, wenn also gilt

$$U_{ind} = U_0$$

Da U_{ind} von der Geschwindigkeit abhängig ist, lässt sich berechnen, wann dies eintritt. Für die induzierte Spannung gilt

$$U_{\mathrm{ind}} = B\, v\, d$$

Die maximale Geschwindigkeit ist also

$$v_{\mathrm{max}} = \frac{U_0}{B\, d} = \frac{12\,\mathrm{V}}{1,5\,\mathrm{T} \cdot 0,12\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{66,7\,\mathrm{m\,s^{-1}}}}$$