Physik Klausur 12.1 — 1

6. November 2002

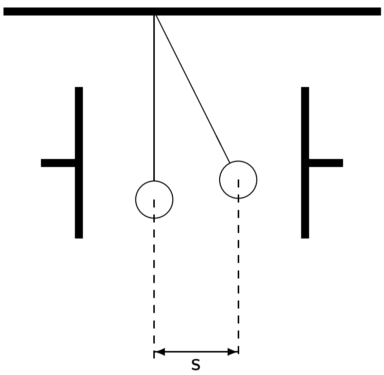
Aufgaben

Aufgabe 1

a) Eine Kugel mit der Ladung $q = 3\,\mathrm{nC}$ und der Masse $m = 1\,\mathrm{g}$ hängt an einem Faden der Länge $l = 1\,\mathrm{m}$. Der Kondensator hat den Plattenabstand $d_0 = 10\,\mathrm{cm}$ und liegt an der Spannung $U_0 = 6\,\mathrm{kV}$.

- Berechne die Feldstärke E_0, sowie die elektrische Kraft auf das Kügelchen.
- Um welche Strecke s_0 wird es ausgelenkt? [1]

b)
- Der Kondensator bleibt an U_0 angeschlossen. Die Platten werden auf $d_1 = 20\,\mathrm{cm}$ auseinandergezogen. Bestimme E_1 und s_1.
- Der aufgeladenen Kondensator wird jetzt von der Spannungsquelle abgetrennt. Erst dann werden die Platten auf d_1 auseinandergezogen. Bestimme E_2 und s_2.



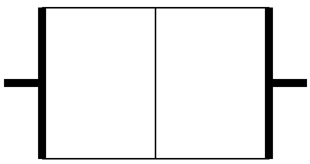
Aufgabe 2

Zwischen den Platten eines Kondensators befinden sich zwei gleichdicke Glasplättchen ($\varepsilon_r = 5$) von je $0,5\,\mathrm{mm}$ Dicke. Der Kondensator wird mit einer Spannung von $U = 100\,\mathrm{V}$ aufgeladen und dann von der Spannungsquelle abgetrennt.

a)
- Nenne zwei Formeln für die Flächendichte σ.
- Brechne die Flächendichte für den obigen Kondensator.

b) Nun wird das linke Plättchen herausgezogen, ohne dass der Kondensator entladen wird.

- Wie groß ist jetzt die Feldstärke im linken und rechten Kondensatorteil?
- Zweige, dass sich die Kapazität des Kondensators auf ein Drittel verringert hat.



[1] Die Zeichnung sollte nicht irritieren: der Radius der Kugel ist vernachlässigbar.

Aufgabe 3

Ein Plattenkondensator mit dem Plattenabstand $d = 2\,\mathrm{cm}$ wird mit der Spannung $U = 1000\,\mathrm{V}$ aufgeladen und von der Spannungsquelle getrennt. Nun schiebt man eine Glasplatte ($\varepsilon_r = 5$) der Dicke x in den Kondensator. Dabei halbiert sich die Kondensatorspannung.

- Fertige eine Skizze des leeren und des teilgefüllten Kondensators an.
- Berechne die Dicke x der Glasplatte.

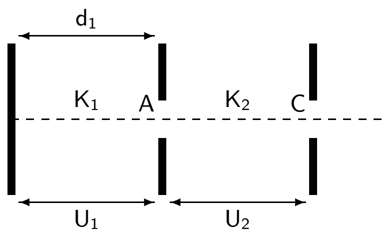
Aufgabe 4

a) An einem Plattenkondensator K_1 mit dem Plattenabstand $d_1 = 5\,\mathrm{cm}$ liegt eine Spannung von U_1. In K_1 bewegen sich Elektronen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit von der negativen Platte aus und verlassen K_1 durch die Öffnung A mit der Geschwindigkeit $v_A = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

- Berechne die Spannung U_1.
- In welcher Zeit durchfliegen die Elektronen K_1?

b) Mit der Geschwindigkeit v_A treten die Elektronen in den Kondensator K_2 ein.

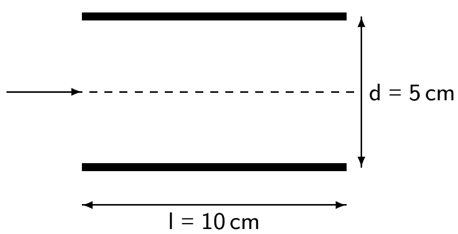
- Wie groß muss U_2 an K_2 sein, damit die Elektronen die Öffnung C mit der Geschwindigkeit $v_C = 5\,v_A$ erreichen?



Aufgabe 5

In der nebenstehenden Anordnung treten Elektronen mit der Geschwindigkeit $v_0 = 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ in das homogene Feld eines Plattenkondensators. An ihm liegt eine Spannung von 50 V.

- Um welche Strecke y_1 ist ein Elektron bem Verlassen des Kondensators abgelenkt worden?
- Auf welchen Wert kann man die Ablenkspannung erhöhen, dass ein Elektron den Kondensator gerade noch verlassen kann (die Platten liegen symmetrisch zum ankommenden Strahl)?



Elektrische Feldkonstante:	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{C/V\,m}$
Elektronenmasse:	$m = 9,1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Elektronenladung:	$e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Lösungen

Aufgabe 1

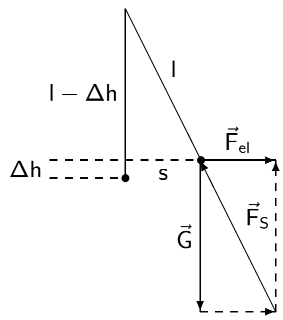
a)
- Die elektrische Feldstärke beträgt

$$E_0 = \frac{U}{d} = \frac{6\,\mathrm{kV}}{10\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{60\,\mathrm{kV/m}}}$$

Ein elektrisches Feld mit dieser Feldstärke bewirkt auf eine Ladung q die elektrische Kraft

$$F_{el} = E\,q = 60\,\mathrm{kV/m} \cdot 3\,\mathrm{nC} = \underline{\underline{180\,\mu\mathrm{N}}}$$

- Der Skizze



entnimmt man die Ähnlichkeitsbeziehung:

$$\frac{l - \Delta h}{s} = \frac{G}{F} \tag{1}$$

Für kleine Auslenkungen ist Δh sehr klein, sodass man

$$(l - \Delta h) \approx l$$

setzen kann, womit sich Gl. 1 zu

$$\frac{l}{s} = \frac{G}{F}$$

vereinfacht. Löst man nach der gesuchten Auslenkung s auf, so erhält man

$$s = \frac{F}{G}\,l$$

In diesem Falle gilt

$$s_0 = \frac{180\,\mu\mathrm{N}}{1\,\mathrm{g} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2}} \cdot 1\,\mathrm{m} = \underline{\underline{18\,\mathrm{mm}}}$$

b)
- Da die Spannungsquelle angeschlossen bleibt, verändert sich U_0 nicht und die E-Feldstärke halbiert sich wegen

$$E_1 = \frac{U_0}{d_2} = \frac{U_0}{2\,d_1} = \frac{1}{2}\,E_0 = \underline{\underline{30\,\mathrm{kV/m}}}$$

Da $s \sim F \sim E$ gilt, halbiert sich demnach auch die ausgelenkte Strecke:

$$s_1 = \frac{1}{2}\,s_0 = \underline{\underline{9\,\mathrm{mm}}}$$

- Wird die Spannungsquelle vom Kondensator getrennt, so bleib die Ladung, die auf ihm ist konstant und wegen

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\,\varepsilon_0}$$

auch die elektrische Feldstärke

$$E_2 = E_0 = \underline{\underline{60\,\mathrm{kV/m}}}$$

Somit ist die elektrische Feldkraft $F_2 = F_0$ und folglich

$$s_2 = s_0 = \underline{\underline{18\,\mathrm{mm}}}$$

Aufgabe 2

a)
- Flächendiche σ:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, E$$

- Für die elektrische Feldstärke eines Plattenkondensators mit dem Plattenabstand $d_{\text{ges}} = 1\,\text{mm}$ gilt

$$E = \frac{U}{d_{\text{ges}}} = \frac{100\,\text{V}}{1\,\text{mm}} = 10^5\,\text{V/m}$$

Die Flächendichte beträgt also

$$\sigma = 5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\,\text{C/V m} \cdot 10^5\,\text{V/m} = \underline{\underline{4,43\,\mu\text{C/m}^2}}$$

b)
- Da der Kondensator nicht entladen wurde, bleibt die Flächendichte σ gleich. Somit gilt für die Feldstärken

links $\quad E_l = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{4,43\,\mu\text{C/m}^2}{8,85 \cdot 10^{-12}\,\text{C/V m}} = \underline{\underline{500,6\,\text{kV/m}}}$

rechts $\quad E_r = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \, \varepsilon_0} = \frac{E_l}{\varepsilon_r} = \frac{E_l}{5} = \underline{\underline{100,1\,\text{kv/m}}}$

- Der Kondensator lässt sich als zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren mit dem Plattenabstand $d = 0,5\,\text{mm}$ ansehen:
Somit beträgt die Kapazität der in Reihe geschalteten

$$\begin{aligned} C_{\text{ges}} &= \left[C_l^{-1} + C_r^{-1}\right]^{-1} = \left[\frac{d}{\varepsilon_0 \, A} + \frac{d}{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}\right]^{-1} \\ &= \left[\frac{d \, \varepsilon_r + d}{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}\right]^{-1} = \frac{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}{d \, (\varepsilon_r + 1)} \\ &= \frac{2 \, \varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}{d_{\text{ges}} \, (\varepsilon_r + 1)} = \frac{2}{\varepsilon_r + 1} \cdot C_0 \\ &= \frac{2}{5+1} \cdot C_0 = \underline{\underline{\frac{1}{3} \, C_0}} \end{aligned}$$

Die Kapazität des „neuen“ Kondensators ist also ein Drittel der des ersten (q.e.d).

Aufgabe 3

- Skizze

- Der Kondensator ohne Glasfüllung hat die Kapazität

$$C_0 = \varepsilon_0 \, \frac{A}{d}$$

Den gefüllten Plattenkondensator kann man wiederum wie zwei in Reihe geschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten C_1 und C_2 betrachten. Für die Gesamtkapazität des Kondensators gilt also:

$$\begin{aligned} C_{\text{ges}} &= \left[C_1^{-1} + C_2^{-1}\right]^{-1} = \left[\left(\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, \frac{A}{x}\right)^{-1} + \left(\varepsilon_0 \, \frac{A}{d-x}\right)^{-1}\right]^{-1} \\ &= \left[\frac{x}{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A} + \frac{\varepsilon_r \, (d-x)}{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}\right]^{-1} = \frac{\varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A}{x - \varepsilon_r \, x + \varepsilon_r \, d} \end{aligned}$$

Die Ladung Q verändert sich nicht, sodass gilt

$$C_0\,U_0 = C_{\text{ges}}\,U_{\text{ges}} = \frac{1}{2}\,C_{\text{ges}}\,U_0$$

woraus

$$C_{\text{ges}} = 2\,C_0$$

folgt. Also gilt folgende Gleichung

$$\underbrace{\frac{\varepsilon_r\,\varepsilon_0\,A}{x-\varepsilon_r\,x+\varepsilon_r\,d}}_{C_{\text{ges}}} = 2\cdot\underbrace{\varepsilon_0\,\frac{A}{d}}_{C_0} \quad\Longleftrightarrow\quad x-\varepsilon_r\,x+\varepsilon_r\,d = \frac{\varepsilon_r\,d}{2}$$

$$(1-\varepsilon_r)\,x = \frac{\varepsilon_r\,d}{2}-\varepsilon_r\,d \quad\Longleftrightarrow\quad x = \frac{\varepsilon_r\,d}{2\,(\varepsilon_r-1)}$$

$$x = \frac{5\cdot 2\,\text{cm}}{2\,(5-1)} = \underline{\underline{1,25\,\text{cm}}}$$

Die Glasplatte hat also die Dicke $x = 1,25\,\text{cm}$.

Aufgabe 4

a) - Die Elektronen durchlaufen die Spannung U_1. Somit gilt nach dem klassischen Energieerhaltungssatz

$$U_1\,q = \frac{1}{2}\,m\,v_A^2$$

aufgelöst nach der Spannung

$$U_1 = \frac{m\,v_A^2}{2\,e} = \frac{9,1\cdot10^{-31}\,\text{kg}\cdot(2\cdot10^6\,\text{m/s})^2}{2\cdot1,6\cdot10^{-19}\,\text{C}} = \underline{\underline{11,4\,\text{V}}}$$

- Die elektrische Feldstärke des Plattenkondensatorfeldes beträgt

$$E_1 = \frac{U}{d} = \frac{11,4\text{V}}{5\,\text{cm}} = 227,5\,\text{V/m}$$

Die auf die Elektronen wirkende Kraft $F_{\text{el}} = E\,e$ bewirkt die Beschleunigung

$$a = \frac{F_{\text{el}}}{m} = \frac{E\,e}{m} = \frac{227,5\,\text{V/m}\cdot1,16\cdot10^{-19}\,\text{C}}{9,1\cdot10^{-31}\,\text{kg}} = 4,0\cdot10^{13}\,\text{m/s}^2$$

Das Durchlaufen der Spannung U_1 ist also eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung, sodass für die Durchlaufzeit

$$t = \sqrt{\frac{2\,s}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot5\,\text{cm}}{4,0\cdot10^{13}\,\text{m/s}^2}} = 50\,\text{ns}$$

beträgt.

b) Die Elektronen treten in K_2 mit der Geschwindigkeit ein, mit der sie K_1 verlassen. Sie haben also beim Eintritt in K_2 die kinetische Energie

$$E_{\text{kin},A} = \frac{1}{2}\,m\,v_A^2 = U_1\,q$$

Beim Austritt aus K_2 mit der Geschwindigkeit $v_C = 5\,v_A$ besitzen sie die kinetische Energie

$$E_{\text{kin},C} = \frac{1}{2}\,m\,v_C^2 = \frac{25}{2}\,m\,v_A^2$$

Die kinetische Energie ändert sich also um

$$\Delta E_{\text{kin}} = E_{\text{kin},C}-E_{\text{kin},A} = \frac{25}{2}\,m\,v_A^2-\frac{1}{2}\,m\,v_A^2 = 12\,m\,v_A^2 = 24\,E_{\text{kin},A}$$

Die Erhöhung der kinetischen Energie erfolgt durch die Veringerung der potentiellen elektrischen Energie im Feld:

$$U_2\,q = \Delta E_{\text{kin}} = 24\,U_1\,q$$

Man sieht also, dass U_2 vierundzwanzig mal so groß ist, als U_1:

$$U_2 = 24\,U_1 = 24\cdot11,4\,\text{V} = \underline{\underline{237,6\,\text{V}}}$$

Aufgabe 5

- Da auf die Elektronen keine horizontale Kraft wirkt, durchlaufen sie den Kondensator in horizontaler Richtung mit konstanter Geschwindigkeit v_0. Sie benötigen also die Zeit

  $$T = \frac{l}{v_0} = \frac{10\,\mathrm{cm}}{10^7\,\mathrm{m/s}} = 10\,\mathrm{ns}$$

  In vertikaler Richtung werden die Elektronen jedoch durch die elektrische Feldkraft mit

  $$a = \frac{F}{m} = \frac{E\,e}{m} = \frac{U\,e}{d\,m}$$

  beschleunigt. Die Elektronen werden also beim Durchlaufen um die Strecke

  $$y = \frac{1}{2}\,a\,T^2 = \frac{U\,e}{2\,d\,m}\,T^2 \tag{2}$$

  abgelenkt. Im diesem Falle um

  $$y_1 = \frac{50\,\mathrm{V}\cdot 1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{2\cdot 5\,\mathrm{cm}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}\cdot(10\,\mathrm{ns})^2 = \underline{\underline{8,8\,\mathrm{mm}}}$$

- Löst man Gl. 2 nach der Spannung auf, die zu einer bestimmten Ablenkung y nötig ist auf,

  $$U = \frac{2\,d\,m\,y}{e\,T^2}$$

  so kann man die maximale Spannung ermitteln, die man anlegen darf, bevor die Elektronen bei einer Ablenkung von $y < y_{\mathrm{max}} = \frac{1}{2}\,d = 2,5\,\mathrm{cm}$ gegen die Kondensatorplatte knallen:

  $$U_{\mathrm{max}} = \frac{2\,d\,y_{\mathrm{max}}\,m}{e\,T^2} = \frac{2\cdot 5\,\mathrm{cm}\cdot 2,5\,\mathrm{cm}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot(10\,\mathrm{ns})^2} = \underline{\underline{142,2\,\mathrm{V}}}$$